

基于 Poisson-Markov 场的超分辨率图像复原算法

苏秉华, 金伟其

(北京理工大学光电工程系, 北京 100081)

摘 要: 图像的超分辨率复原和信噪比的提高是图像复原追求的目标. Poisson-ML 图像复原方法 (PML) 具有很强的超分辨率复原能力,但在复原过程中会产生振荡条纹且对带噪较大的图像不能取得理想的复原效果. 在 Poisson 和 Markov 分布假设的基础上,提出基于 Poisson-Markov 场的超分辨率图像复原算法及其正则化参数的自适应选择方法 (MPML). 实验表明,MPML 算法不但具有很好的超分辨率复原能力,而且能有效减少和去除复原图像中的振荡条纹,对于带噪较大的图像也能取得理想的复原效果,因此其图像复原质量明显好于 PML 算法. 正则化参数能被自动优化地选择且与图像复原的迭代运算同步进行.

关键词: 图像处理; 图像复原; 超分辨率; Markov 随机场; Poisson 分布; Bayes 分析

中图分类号: TN911.73 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2003) 01-0041-04

Super-Resolution Image Restoration Algorithm Based on Poisson-Markov Model

SU Bing-hua, JIN Wei-qi

(Optoelectronic Engineering Dept., Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: The aim of image restoration is to achieve super-resolution and increase signal-noise ratio. Poisson-ML image restoration algorithm (PML) has high super-resolution performance, but introduces oscillatory artifacts in the restored image and can not get a ideal restoration result for the noisy image. Super-resolution image restoration algorithm based on Poisson and Markov model as well as the adaptive choice method of the regularization parameter (MPML) is proposed through the assumption of Poisson and Markov random field. Experiments demonstrate that MPML not only has high super-resolution performance, but also can effectively reduce and remove oscillatory artifacts in restored images, and get ideal restoration result for the noisy image. The significantly improved restoration results are obtained using MPML compared with PML. The regularization parameter can be automatically and optimally chosen in step with the restoration of the degraded image.

Key words: image processing; image restoration; super-resolution; markov random field; Poisson model; Bayes analysis

1 引言

在获取图像的过程中有许多因素会导致图像质量的下降即退化,如光学系统的像差、大气扰动、运动、离焦、系统噪声,它们会造成图像的模糊和变形.即使对于理想成像,按照傅里叶光学的观点,光学成像系统是一个低通滤波器,由于受到光学系统衍射的影响,其传递函数在某个截止频率以上值均为零.对截止频率之外信息的复原或实现超越成像系统分辨率的观测是人们追求的目标.超分辨率图像复原就是试图复原图像截止频率之外的信息,以使图像获得更多的细节和更高的分辨率,更加接近理想图像.

超分辨率复原技术在遥感、天文、医学和公安等领域具有十分重要的应用价值和广阔的应用前景,因此近年来已成为图像复原领域最为活跃的研究课题.超分辨率图像复原方法的研究开始于频谱外推法,之后人们发现许多非线性图像复原法具有超分辨率复原的能力,且超分辨率复原能力取决于

图像的空间限制、噪声和采样间隔^[1].目前人们提出的超分辨率图像复原方法主要有频谱外推法^[2]、POCS 法^[3]、神经网络复原法^[4]和 Bayes 分析法^[5~7]等.其中,基于 Bayes 分析的 Poisson-ML 图像复原方法 (PML) 具有很强的超分辨率复原能力.

PML 算法虽然具有很强的超分辨率复原能力,但其在复原过程中会产生振荡条纹且对带噪较大图像不能取得理想的复原效果.本文在 PML 算法基础上,假设图像服从 Markov 随机场先验分布,提出基于 Poisson-Markov 场的超分辨率图像复原算法及其正则化参数的自适应选择方法 (MPML).其目的在于:在获得很强的超分辨率复原能力同时,能有效减少和去除复原图像中的振荡条纹;有效减少和去除复原图像中的噪声,对带噪较大的图像能取得理想的复原结果;在不同的图像和噪声情况下,能对正则化参数自动优化地选择,获得复原图像的全局最优解.

2 Markov 随机场图像模型

马尔可夫随机场模型是用以表征图像数据的空间相关性模型,它表现了图像中某一像素的灰度值与其它像素灰度值的关系^[8].

记 $L = \{(i, j) : 1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq M\}$ 表示一幅图像, L 上的各点 (i, j) 表示一个像素点, 其状态由随机变量 f_{ij} 来表征, 且 f_{ij} 在集合 $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_K\}$ 中取值. F 为随机变量组成的一个离散随机场 $F = (F_{11}, \dots, F_{NM})$, 一幅数字图像就是这种随机场的一个实现, 即 F 在 L 上的一个组态 $f = (f_{11}, \dots, f_{NM})$. Markov 随机场图像模型可以用下面两个定理来描述和数学表示:

定理 1: F 是 L 上的一个关于邻域系统 η 的 Markov 随机场, 即 F 应满足

(1) 正概率性, 如果 $P(f_{ij}) > 0, \forall (i, j) \in L$, 则

$$P(f) = P(f_{11}, \dots, f_{NM}) > 0 \quad (1)$$

(2) Markov 性,

$$\begin{aligned} P[F_{ij} = f_{ij} / F_{kl} = f_{kl}, (k, l) \neq (i, j)] \\ = P[F_{ij} = f_{ij} / F_{kl} = f_{kl}, (k, l) \neq \eta_{ij}] \end{aligned} \quad (2)$$

定理 2: Hammersley-Clifford 定理: F 是 L 上的一个关于邻域系统 η 的 Markov 随机场, 当且仅当 $\pi(F) = P(F = f)$ 是一个对于 η 的 Gibbs 分布.

定理 1 说明图像中某一像素的灰度值与其相邻像素的灰度值有关. 定理 2 说明了 Gibbs 分布与 Markov 随机场之间的等价性, 即 Markov 随机场的联合分布函数可以用 Gibbs 分布来表示. 此时, F 的联合分布函数具有以下形式

$$P(F = f) = Z^{-1} e^{-U(f)/t} \quad (3)$$

其中 $U(f) = \sum_c V_c(f)$ 称为能量函数, $V_c(f)$ 称为与 c 相关的势函数; Z 称为配分函数; t 称为温度; c 为簇, C 表示邻域, 邻域又分为不同的阶, 如一阶邻域和二阶邻域. 从式 (3) 可以看到, 图像分布的概率大小主要取决于能量函数 $U(f)$, 且 $U(f)$ 越小, 其概率越大.

3 基于 Markov-Poisson 场的图像复原算法 (MPML)

图像复原是对如下成像方程的求解问题

$$g(x, y) = S[f(x, y) * h(x, y)] + n(x, y) \quad (4)$$

其中, $f(x, y)$ 表示物函数, $g(x, y)$ 表示退化的像函数, $n(x, y)$ 表示加性噪声, $h(x, y)$ 表示系统的点扩散函数, $S(\cdot)$ 表示记录介质或传感器器件的非线性, $*$ 表示卷积.

假设 $f(x, y)$ 和 $g(x, y)$ 是一个非平稳随机场. 根据 Bayes 分析理论, 在已知图像 g 的条件下物体 f 的概率可写成为

$$P(f/g) = \frac{P(g/f)P(f)}{P(g)} \quad (5)$$

这里 $P(f/g)$ 为后验概率, $P(g/f)$ 为已知物体 f 退化图像为 g 的条件概率, $P(f)$ 和 $P(g)$ 分别表示物体和退化图像的先验概率. 如果考虑后验概率 $P(f/g)$ 为最大, 此时 f 的估计问题可变为以下的最大后验估计问题

$$\text{Max}[\ln P(g/f) + \ln P(f)] \quad (6)$$

假设图像 f 的先验概率 $P(f)$ 服从 Markov 分布, 其分布函数见

式 (3), 代入式 (6) 有

$$\hat{f} = \arg \text{Max}\{\ln P(g/f) - \alpha U(f)\} \quad (7)$$

这里 $U(f)$ 被称为惩罚函数, α 为正则化参数. 假设条件图像 g 服从 Poisson 分布, $P(g/f)$ 的概率分布密度可写成

$$P(g/f) = \prod_{i=1}^N \prod_{j=1}^M \frac{(\bar{g}_{ij})^{g_{ij}} \exp(-\bar{g}_{ij})}{g_{ij}!} \quad (8)$$

其中

$$\bar{g}_{ij} = (f * h)_{ij} \quad (9)$$

$N \times M$ 表示物体和图像的大小, g_{ij} 表示像素 (i, j) 的灰度值, $\bar{g}_{ij}$ 表示随机变量 g_{ij} 的统计平均值. 将式 (8) 代入式 (7), 对目标函数求导则有

$$\frac{\partial \ln[P(g/f)]}{\partial f_{ij}} = \left[\frac{g_{ij}}{(f * h)_{ij}} \right] \odot h_{ij} - \alpha \frac{\partial}{\partial f_{ij}} U(f) - 1 \quad (10)$$

令式 (10) 等于零, 利用乘性迭代算法, 可得基于 Markov-Poisson 场的图像复原算法的迭代公式

$$f_{ij}^{n+1} = f_{ij}^n \left[\left[\frac{g_{ij}}{(f^n * h)_{ij}} \right] \odot h_{ij} - \alpha \frac{\partial}{\partial f_{ij}} U(f^n) \right]^P \quad (11)$$

其中 $\odot$ 表示相关运算; P 为控制系数, 用于控制算法的收敛特性和速度.

4 约束惩罚函数 $U(f)$ 的选择

$U(f)$ 的选取有多种模型. 线性约束模型可有效去除和抑制图像中的噪声, 但由于对棱边的过度惩罚, 会造成图像的过度平滑. 非线性约束模型对棱边的惩罚相对较弱, 可起到保护棱边和图像细节的作用^[9]. 本文采用以下模型进行适应和对比实验:

$$d_{kl} = f_{ij} - f_{kl} \quad (i, j) \neq (k, l) \quad (12)$$

$$U(f) = \sum_c \phi(d_{ij}) \quad (13)$$

(1) Tikhonov 模型

$$\phi_1(d) = (d/\gamma)^2 \quad (14)$$

(2) Geman-McClure 模型

$$\phi_2(d) = \frac{(d/\gamma)^2}{1 + (d/\gamma)^2} \quad (15)$$

(3) Hebert-Leahy 模型

$$\phi_3(d) = \ln[1 + (d/\gamma)^2] \quad (16)$$

其中 γ 为形状控制参数, ϕ_1 是线性模型, ϕ_2 和 ϕ_3 是非线性模型. 此外, 当 $SNR \geq 20\text{dB}$ 时, 为了有效减少和去除图像中的噪声和振荡条纹, 同时最大限度地保护和恢复图像的细节, 选择约束范围为一阶邻域系统. 当 $SNR = 10\text{dB}$ 时, 为了有效减少和去除图像中的噪声, 选择约束范围为二阶邻域系统.

5 正则化参数的自适应选择

从式 (7) 可知, MPML 算法可写成如下最优化求解问题

$$\min\{M(\alpha, f) = -\ln P(g/f) + \alpha U(f)\} \quad (17)$$

式中第一项 $-\ln P(g/f)$ 保证所求的解逼近真解; 而第二项 $U(f)$ 使图像变的平滑, 克服和消除噪声, 同时减少和消除复原图像中的振荡条纹. α 是两项之间的权衡因子, 它对图像复原的好坏有着直接的关系, 合理的选择 α 可保证解的全局最优与算法的收敛性, 因此对 α 的选择是非常重要的. α 的大小

取决于图像特性和图像中的噪声,通常情况下通过实验来确定,这样不仅耗费大量时间,而且很难确定 α 的准确值。图 1 的实验结果给出了 MPML 算法在不同噪声情况下 α 与改进信噪比 ISNR 之间的变化关系。

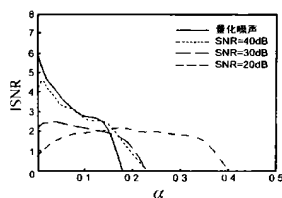


图 1 MPML 算法 α 与 ISNR 的关系

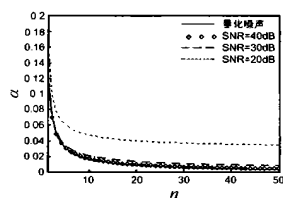


图 2 MPML 算法 α 与迭代步数 n 的关系

为了解决上述问题,本文提出一种 α 的自适应确定方法。该方法无需知道噪声的大小和图像的先验知识,将 α 视为 f 的函数, α 的选取与图像复原的迭代运算同步进行,当复原图像获得最优解时, α 也达到了最优选择。

设 α 与 $M(\alpha, f)$ 之间存在着线性关系^[10],且有

$$\alpha(f) = K_1 M(\alpha(f), f) \quad (18)$$

其中 K_1 为常数。将式(17)代入式(18)可解得

$$\alpha(f) = \frac{-\ln P(g/f)}{1/K_1 - U(f)} \quad (19)$$

这里应有 $1/K_1 > U(f)$ 。在迭代过程中,每一步 $\alpha(f)$ 的选择为

$$\alpha^n(f^n) = K_2 \frac{-\ln P(g/f^n)}{1/K_1 - U(f^n)} \quad (20)$$

其中 K_2 为步长控制系数。此时,MPML 算法的迭代公式为

$$f_{ij}^{n+1} = f_{ij}^n \left[\frac{g_{ij}}{(f^n * h)_{ij}} \right] \odot h_{ij} - \alpha^n(f^n) \frac{\partial}{\partial f_{ij}} U(f^n) \quad (21)$$

6 实验与结果

实验中采用像素为 256×256 ,灰度级为 256 的 Lena 图像,图像的劣化模拟采用以下方法:对原图像进行模糊处理,之后加入高斯噪声,点扩散函数为 5×5 的均匀模糊。图像复原算法的性能由改进信噪比 ISNR 来评估。图像复原算法的超分辨率能力用复原图像与原图像的频谱相关系数来评价,其定义为

$$r(i, j) = \frac{\sum_{u=-m}^m \sum_{v=-m}^m F(i-u, j-v) F(i-u, j-v)}{\sqrt{\sum_{u=-m}^m \sum_{v=-m}^m |F(i-u, j-v)|^2 \sum_{u=-m}^m \sum_{v=-m}^m |F(i-u, j-v)|^2}} \quad (22)$$

表 1 MPML 算法与 PML 算法的比较

信噪比 劣化噪声	ISNR (dB)			
	PML	MPML (ϕ_1)	MPML (ϕ_2)	MPML (ϕ_3)
40dB	5.6077	5.4701	5.8946	5.9002
30dB	3.8962	4.0571	4.6073	4.6567
20dB	2.1570	2.4271	2.8952	2.9533
10dB	0.7939	1.8476	2.3144	2.3832
10dB	0.1165	4.5867	4.6533	4.6548

取 $m=3$,即取 7×7 的窗口进行频谱相关运算。文中采用二值

频谱相关图,其中相关系数为对式(22)取模,阈值取相关系数为 0.95。

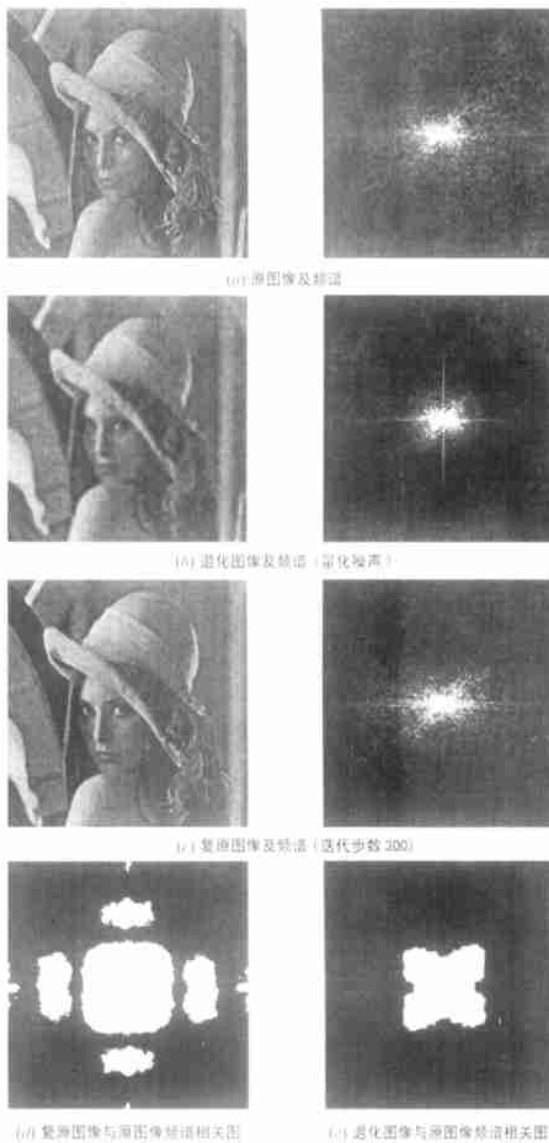


图 3 量化噪声退化图像复原结果

实验结果表明:MPML 算法无论是复原图像的改进信噪比 ISNR 还是复原图像的视觉效果均明显好于 PML 算法,复原图像中没有振荡条纹。当噪声较小时(如 $SNR \geq 40\text{dB}$ 时),图像的低频信息几乎能被完全复原,且高频信息复原显著,MPML 算法具有很强的超分辨率复原能力。随着噪声的增大,图像的低频信息复原较好,但高频信息复原显著下降。这说明随着噪声的增大,算法的高频和超分辨率复原能力随之下降,即噪声的大小限制了超分辨率和高频信息的复原能力。但相比较而言,对于噪声较大的图像,MPML 算法也能取得很好的复原效果。采用非线性约束模型去除噪声和振荡条纹的能力以及图像复原效果要明显好于线性约束模型,图 3 和图 4 是采用 Hebert-Leahy 约束模型 ϕ_3 获得的图像复原结果。此外,实验结果还表明,随着迭代步数的增加, $-\ln P(g/f)$ 是单调递减



图 4 20dB 噪声退化图像复原结果

的,说明算法逐渐收敛于通频带内的真解;而对于 $U(f)$,迭代初期是下降的,这是由于去除噪声所致,但随着迭代步数的增加,图像中高频成份被不断复原,所以 $U(f)$ 随之增加.从图 2 可以看到,在迭代过程中, α 值单调下降,当估计解逼近最优解时, α 趋向于一个固定的常数.由于 α 与评价函数 $M(\alpha, f)$ 成正比,所以随着迭代步数的增加,MPML 算法的评价函数是单调下降的,由此证明这里 α 的选择是正确的.而且噪声越大,评价函数的最小值越大.

7 结论

MPML 法把 Poisson-ML 算法和 Markov 随机场的特点有机地结合在一起,能有效地减少和去除复原图像中的噪声和振荡条纹,获得了很好的图像复原质量和令人满意的视觉效果.在噪声较小的情况下,MPML 算法具有很强的超分辨率和高频复原能力.在噪声较大的情况下,该法也能获得比较满意的复原结果.本文提出的正则化参数自适应选则方法,无需知道噪声的大小和图像的先验知识,能对正则化参数自动优化地选择,可使复原图像获得全局最优解.

参考文献:

- [1] B R Hunt. Super-Resolution of Images: Algorithm, Principles, Performance [J]. International Journal of Imaging systems and Technology, 1995, 6(4): 297 - 304.

- [2] J L Harris. Diffraction and Resolving Power [J]. J. Opt. Soc. Am., 1964, 54(7): 931 - 936.
- [3] M I Sezan, H Stark. Image Restoration by the Method of Convex Projections: Part 2-Applications and Numerical Results [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 1982, MF-1(2): 95 - 101.
- [4] J B Abbiss, B J Brames, et al. Superresolution Algorithms for a Modified Hopfield Neural Network [J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 1991, 39(7): 1516 - 1523.
- [5] W H Richardson. Bayesian-Based Iterative Method of Image Restoration [J]. J. Opt. Soc. Am., 1972, 62(1): 55 - 59.
- [6] Holmes T J. Maximum Likelihood Image Restoration Adapted for Non-coherent Optical Imaging [J]. J. Opt. Soc. Am. A, 1988, 5(5): 666 - 673.
- [7] T Hebert, R Leahy. A Generalized EM Algorithm for 3-D Bayesian Reconstruction from Poisson Data Using Gibbs Priors [J]. IEEE Trans. on Medical Imaging, June, 1989, 8: 194 - 202.
- [8] Geman S, Geman D. Stochastic relaxation, Gibbs distribution and Bayesian restoration of images [J]. IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., 1984, 6: 721 - 741.
- [9] Teboul S, Blance-Feraud L, Aubert G, et al. Variational approach for edge-preserving regularization using coupled PDE's [J]. IEEE Trans. Image Proc., 1998, 7(3): 387 - 397.
- [10] M G Kang, A K Katsaggelos. General Choice of the Regularization Functional in Regularized Image Restoration [J]. IEEE Trans. on Image Processing, 1995, 4(5): 594 - 602.

作者简介:



苏秉华 男, 1962 年 11 月出生于陕西, 1982 年毕业于西安工业学院获工学学士学位, 1988 年和 2002 年获北京理工大学工学硕士和博士学位, 现为北京理工大学副教授, 研究兴趣包括光学仪器, 光电技术和数字图像处理.



金伟其 男, 1961 年出生于云南, 1982 年北京工业学院光电工程系本科毕业, 1990 年北京理工大学“军用光学”专业毕业, 获工学博士学位, 现为北京理工大学教授, 博士生导师, 信息科学技术学院副院长, 曾获国家科技进步二、三等奖和部级科技进步奖, 发表学术论文 100 余篇, 主要从事夜视与红外技术理论、系统评价与测试、图像处理等技术以系统应用研究.